

Capítulo 5: Análisis en el dominio temporal

carlos.platero@upm.es (C-305)

Análisis en el dominio temporal

► Objetivos:

1. La distinción entre la respuesta transitoria y la permanente,
2. Las señales de prueba.
3. La influencia de la ubicación de los polos del polinomio característico con la respuesta del régimen transitorio.

□ Respuesta temporal de un sistema LTI: respuesta transitoria y en régimen permanente

$$y(t) = y_{rt}(t) + y_{rp}(t)$$

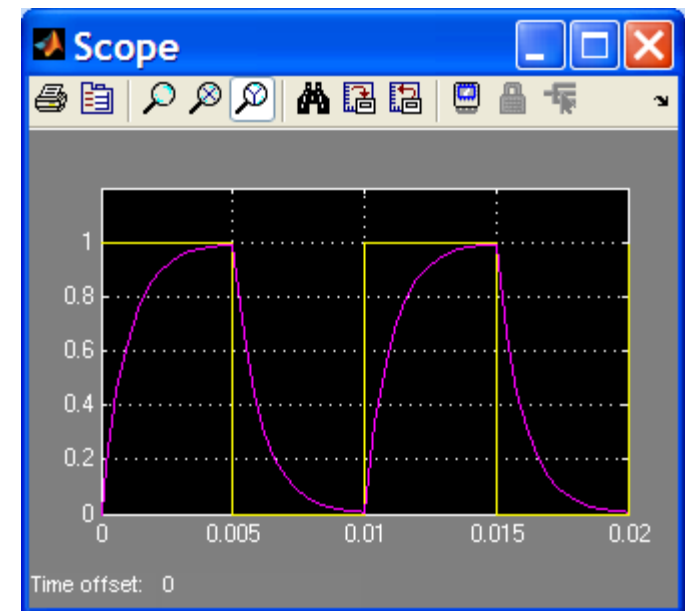
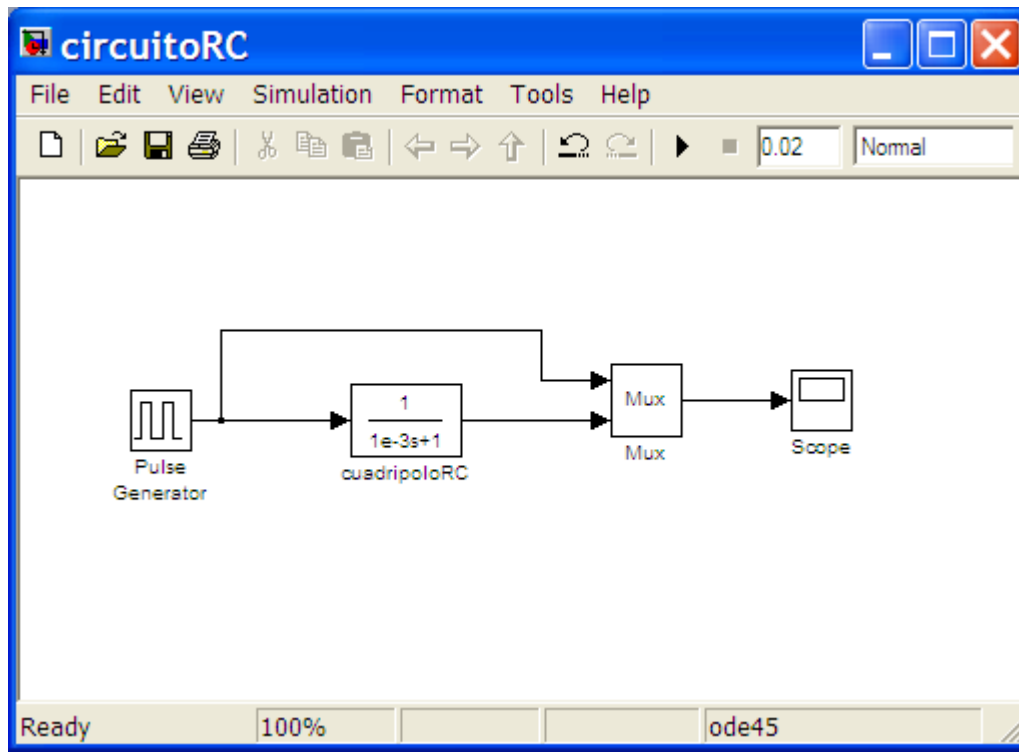
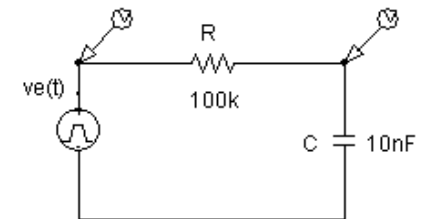
► Solución de la homogénea y de la particular

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_{rp}(t) = y_{ss}(t)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{rt}(t) = 0$$

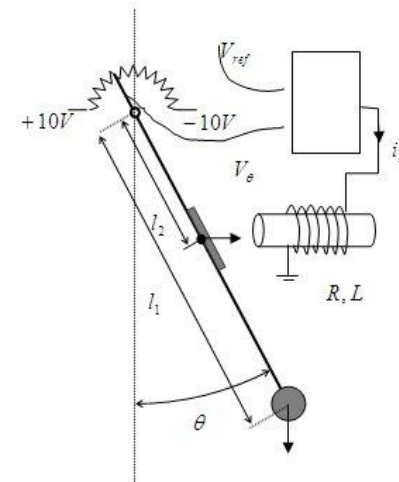
Respuesta transitoria y permanente

- ▶ Transitorio: rapidez y amortiguamiento
- ▶ Permanente: estabilidad y precisión



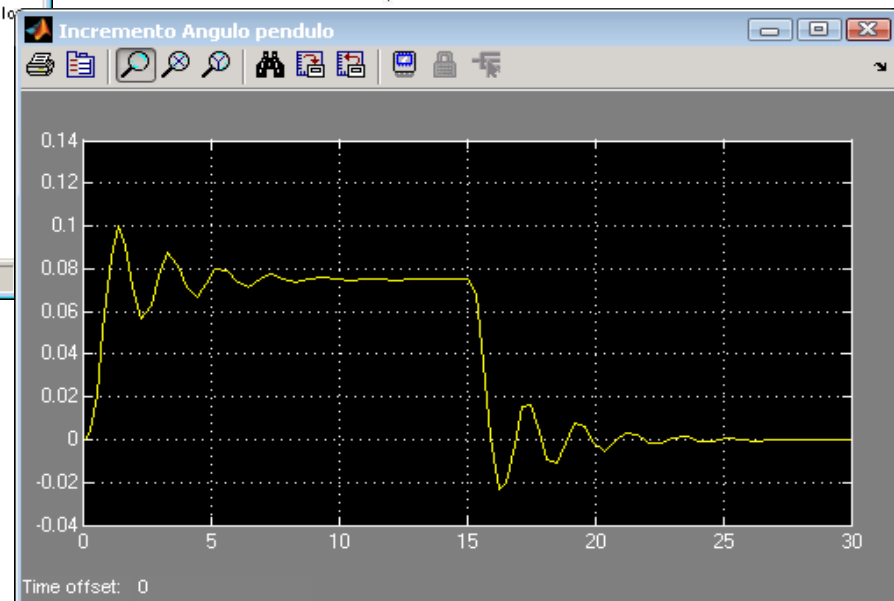
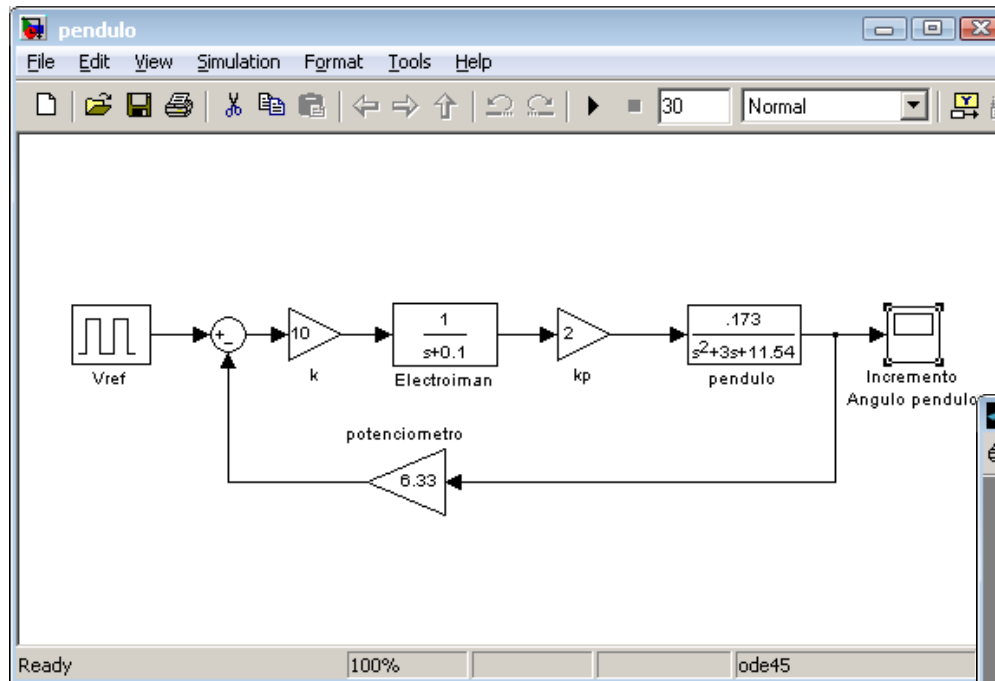
Respuesta transitoria y permanente

- ▶ Transitorio: rapidez y amortiguamiento
- ▶ Permanente: estabilidad y precisión



Datos:

$l_1 = 1m.$
 $l_2 = 0,2m.$
 $L = 1H$
 $R = 0,1\Omega$
 $M = 1Kg.$



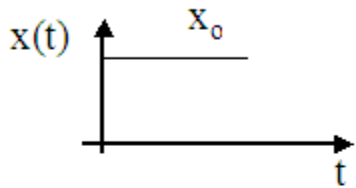
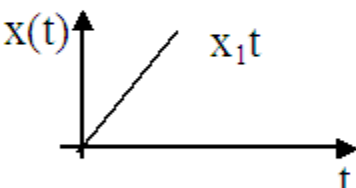
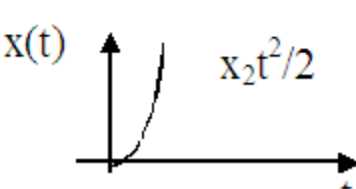
Señales de prueba (1 / 2)

- ▶ Normalmente, las entradas a las que van a ser sometidos los sistemas de control no se conoce con anticipación.
- ▶ Éstas pueden ser representadas mediante el truncamiento de la serie de Taylor para los términos superiores a segundo grado:

$$x(t) \cong x_0 + x_1 t + x_2 \frac{t^2}{2}$$

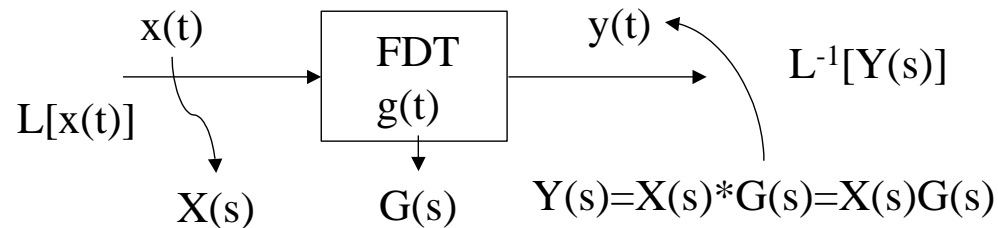
- ▶ Cuando el sistema es LTI y por aplicación del teorema de superposición, la respuesta ante una entrada compleja puede ser descompuesta en aquellas debidas a las señales de pruebas simples.

Señales de prueba (2/2)

Gráfica	modelo temporal	Transformada de Laplace
 <p>A graph showing a constant signal $x(t)$ versus time t. The signal is zero for $t < 0$ and constant at x_0 for $t \geq 0$. The horizontal axis is labeled t and the vertical axis is labeled $x(t)$. The value x_0 is marked on the vertical axis.</p>	$x(t) = \begin{cases} x_0 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$	$x(s) = \frac{x_0}{s}$
 <p>A graph showing a linear signal $x(t)$ versus time t. The signal is zero for $t < 0$ and increases linearly for $t \geq 0$. The horizontal axis is labeled t and the vertical axis is labeled $x(t)$. The slope of the line is indicated as x_1.</p>	$x(t) = \begin{cases} x_1 t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$	$x(s) = \frac{x_1}{s^2}$
 <p>A graph showing a quadratic signal $x(t)$ versus time t. The signal is zero for $t < 0$ and increases quadratically for $t \geq 0$. The horizontal axis is labeled t and the vertical axis is labeled $x(t)$. The coefficient of the quadratic term is indicated as $x_2 t^2 / 2$.</p>	$x(t) = \begin{cases} x_2 \frac{t^2}{2} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$	$x(s) = \frac{x_2}{s^3}$

Polinomio característico

Sea un sistema LTI cualquiera ante una entrada en escalón unitario.



$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_ms^m}{a_0 + a_1s + \dots + a_ns^n} \quad n \geq m$$

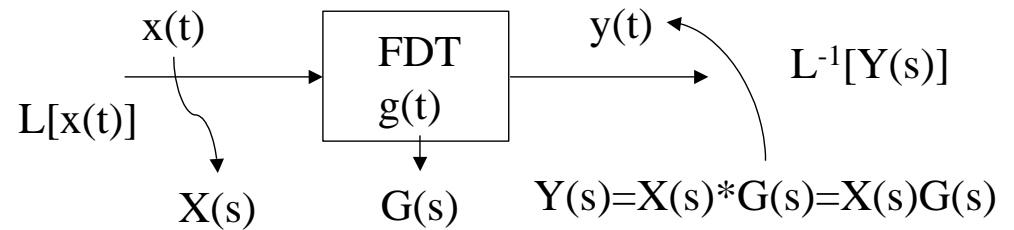
$$Y(s) = \frac{k_1}{s} + \sum_i \frac{k_i}{s + p_i} + \sum_j \frac{k_j s + L_j}{s^2 + 2\alpha_j s + \omega_{n,j}^2}$$

$$y(t) = k_1 + \sum_i k_i e^{-p_i t} + \sum_j L_j M_j e^{-\alpha_j t} \text{sen} \left(\sqrt{\omega_{n,j}^2 - \alpha_j^2} \cdot t + \vartheta_j \right)$$

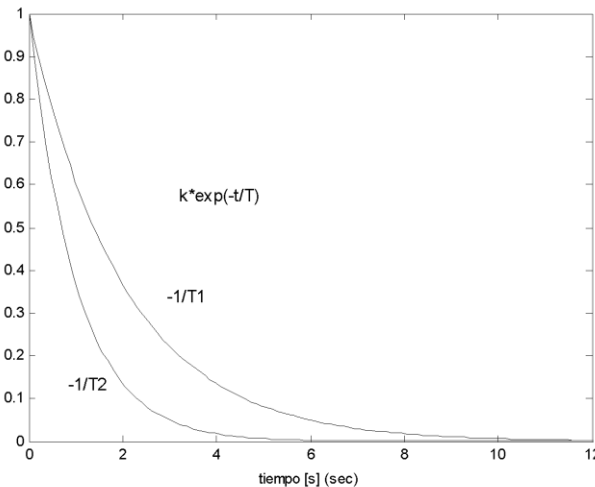
Respuesta temporal dependiendo de los polos (1 / 3)

$$Y(s) = \frac{k_1}{s} + \sum_i \frac{k_i}{s + p_i} + \sum_j \frac{k_j s + L_j}{s^2 + 2\alpha_j s + \omega_{n,j}^2}$$

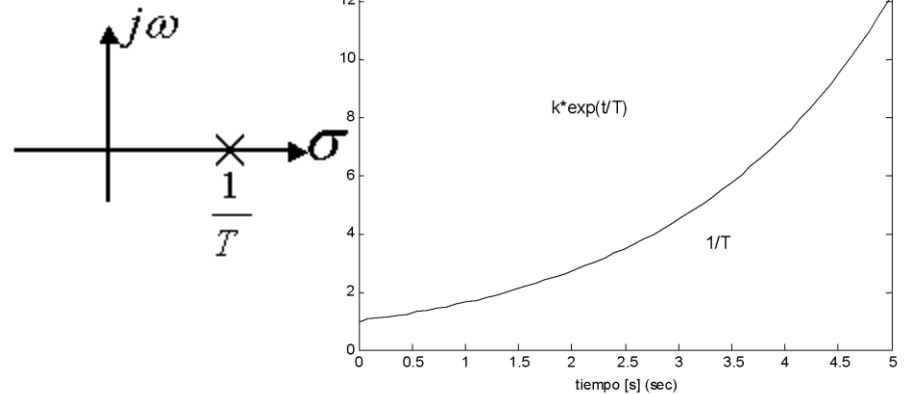
$$y(t) = k_1 + \sum_i k_i e^{-p_i t} + \sum_j L_j M_j e^{-\alpha_j t} \text{sen}\left(\sqrt{\omega_{n,j}^2 - \alpha_j^2} \cdot t + \vartheta_j\right)$$



ESTABLE



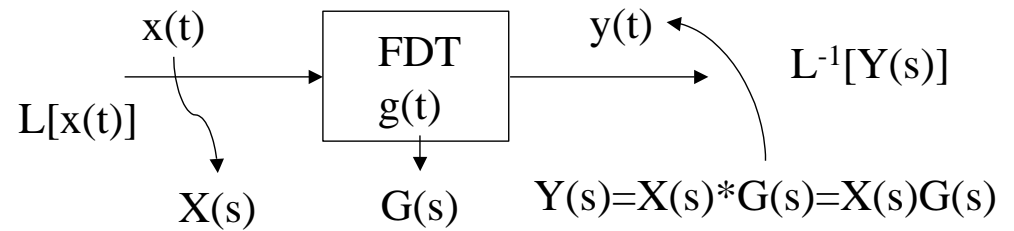
INESTABLE



Respuesta temporal dependiendo de los polos (2/3)

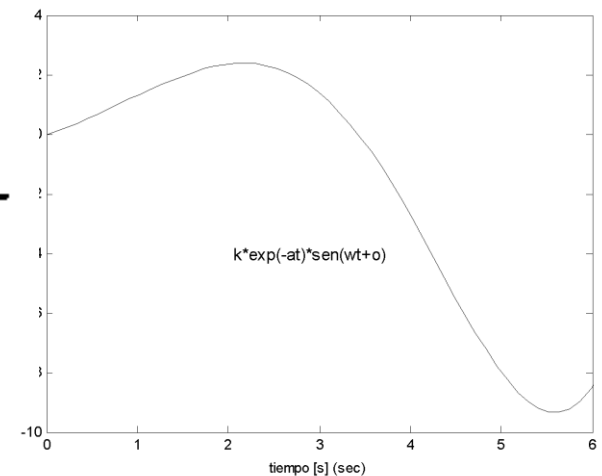
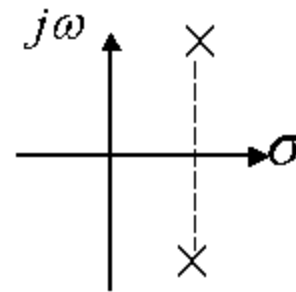
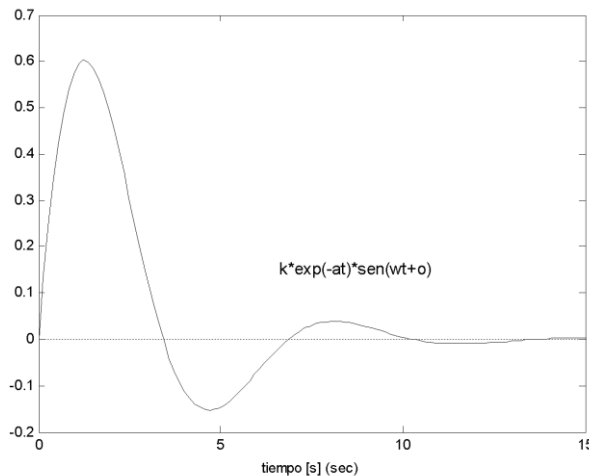
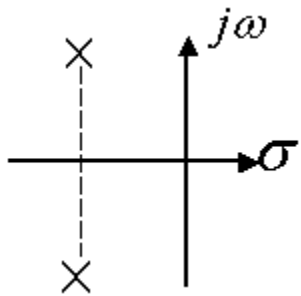
$$Y(s) = \frac{k_1}{s} + \sum_i \frac{k_i}{s + p_i} + \sum_j \frac{k_j s + L_j}{s^2 + 2\alpha_j s + \omega_{n,j}^2}$$

$$y(t) = k_1 + \sum_i k_i e^{-p_i t} + \sum_j L_j M_j e^{-\alpha_j t} \text{sen}\left(\sqrt{\omega_{n,j}^2 - \alpha_j^2} \cdot t + \vartheta_j\right)$$



ESTABLE

INESTABLE



Respuesta temporal dependiendo de los polos (2/3)

$$Y(s) = \frac{k_1}{s} + \sum_i \frac{k_i}{s + p_i} + \sum_j \frac{k_j s + L_j}{s^2 + 2\alpha_j s + \omega_{n,j}^2}$$

$$y(t) = k_1 + \sum_i k_i e^{-p_i t} + \sum_j L_j M_j e^{-\alpha_j t} \text{sen}\left(\sqrt{\omega_{n,j}^2 - \alpha_j^2} \cdot t + \vartheta_j\right)$$

$Y(s) = X(s) * G(s) = X(s)G(s)$

CRÍTICAMENTE ESTABLE

